

**Sujet de thèse :** modification de graphes pour des problèmes de dominants minimums

**Directeurs et encadrants :** C. Bentz (Professeur, cedric.bentz@cnam.fr), C. Picouveau (Professeur, chp@cnam.fr), É. Soutil (Maître de conférences, eric.soutil@cnam.fr)  
**Laboratoire d'accueil :** CEDRIC-CNAM

## 1 Introduction du sujet

Soit  $G = (V, E)$  un graphe,  $d$  un entier, et  $\omega$  un ensemble d'opérations sur  $G$ , telles que la suppression d'un sommet, la suppression ou l'ajout d'une arête, ou la contraction d'une arête. Un problème de type  $d$ -bloqueur consiste, pour un paramètre  $\pi$  de  $G$  donné, à déterminer un ensemble d'opérations de taille minimum dans  $\omega$ , de telle façon que l'application de ces opérations fasse varier la valeur de  $\pi(G)$  d'au moins  $d$  unités ([1, 2, 3]).

Un ensemble de sommets  $D \subset V$  est un *dominant* si tout sommet  $v \in V \setminus D$  a au moins un voisin dans  $D$ . Le paramètre correspondant est  $\gamma$ , et  $\gamma(G)$  est donc la cardinalité minimale d'un dominant de  $G$ . Des résultats correspondant au problème de  $d$ -bloqueur avec  $d = 1$  et la suppression de sommets pour le paramètre  $\gamma$  sont montrés dans [5].

Un des objectifs de la thèse est d'étudier ce même problème pour  $d \geq 2$ .

Ce problème a été étudié pour certaines classes de graphes, lorsque l'opération considérée est la contraction d'arêtes [6]. Un autre objectif de la thèse est d'obtenir des résultats analogues pour d'autres classes de graphes.

Plusieurs variantes du problème de dominant minimum ont été largement étudiées dans la littérature : le dominant connexe, le dominant total, etc. L'étude de problèmes de  $d$ -bloqueurs pour ces diverses variantes sera également un des objectifs de la thèse.

**Mots-clés :** Algorithmes, Optimisation Combinatoire, Complexité, Théorie des Graphes.

## 2 Contexte national et international

Ces dernières années, des problématiques analogues à celle proposée dans ce sujet ont fait l'objet de différentes publications dans des revues internationales par des chercheurs d'équipes françaises et étrangères ([4, 5, 6]).

## 3 Approches de résolution

Pour obtenir les résultats espérés, c'est-à-dire des théorèmes de structure et des résultats de complexité algorithmique, toutes les méthodes de l'optimisation et de l'algorithmique de graphes, en particulier celles développées au sein de l'équipe OC du laboratoire CEDRIC, pourront être envisagées.

## 4 Échéancier

L'objectif des deux premières années de thèse sera d'obtenir plusieurs résultats de nature structurelle et algorithmique pour les diverses variantes du problème du dominant minimum. Des présentations orales de ces résultats seront alors effectuées lors des deuxième et troisième années, par exemple dans le cadre de la conférence annuelle de la ROADEF.

Le cas échéant, tout ou partie de ces résultats feront également l'objet de soumissions en conférences sélectives ou en revues internationales avec comité de rédaction, lors de ces deux mêmes années. La troisième année servira également à retranscrire la rédaction de ces démonstrations sous un format compatible avec celui du document de thèse, en vue notamment de préparer la soutenance.

## References

- [1] R. Zenklusen, B. Ries, C. Picouleau, D. de Werra, M.-C. Costa, C. Bentz, *Blockers and Transversals*, Discrete Mathematics 309 13 (2009), 4306-4314.
- [2] M.-C. Costa, D. de Werra, C. Picouleau, *Minimum  $d$ -blockers and  $d$ -transversals in graphs*, Jour. Combinatorial Optimization 22 (2011), 857-872.
- [3] C. Bentz, M.-C. Costa, D. de Werra, C. Picouleau, B. Ries,  *$d$ -Transversals of Stable Sets and Vertex Covers in Weighted Bipartite Graph*, Journal of Discrete Algorithms 17 (2012), 95-102.
- [4] C. Bazgan, C. Bentz, C. Picouleau, B. Ries, *Blockers for the stability number and the chromatic number*, Graphs and Combinatorics 31-1 (2015), 73-90.
- [5] V. Bouquet, F. Delbot, C. Picouleau *On the vertices belonging to all, some, none minimum dominating set*, Discrete Applied Mathematics 288 (2021), 9-19.
- [6] E. Galby, F. Mann, B. Ries *Reducing the domination number of  $(P_3 + kP_2)$ -free graphs via one edge contraction*, Discrete Applied Mathematics 305 (2017), 205-210.